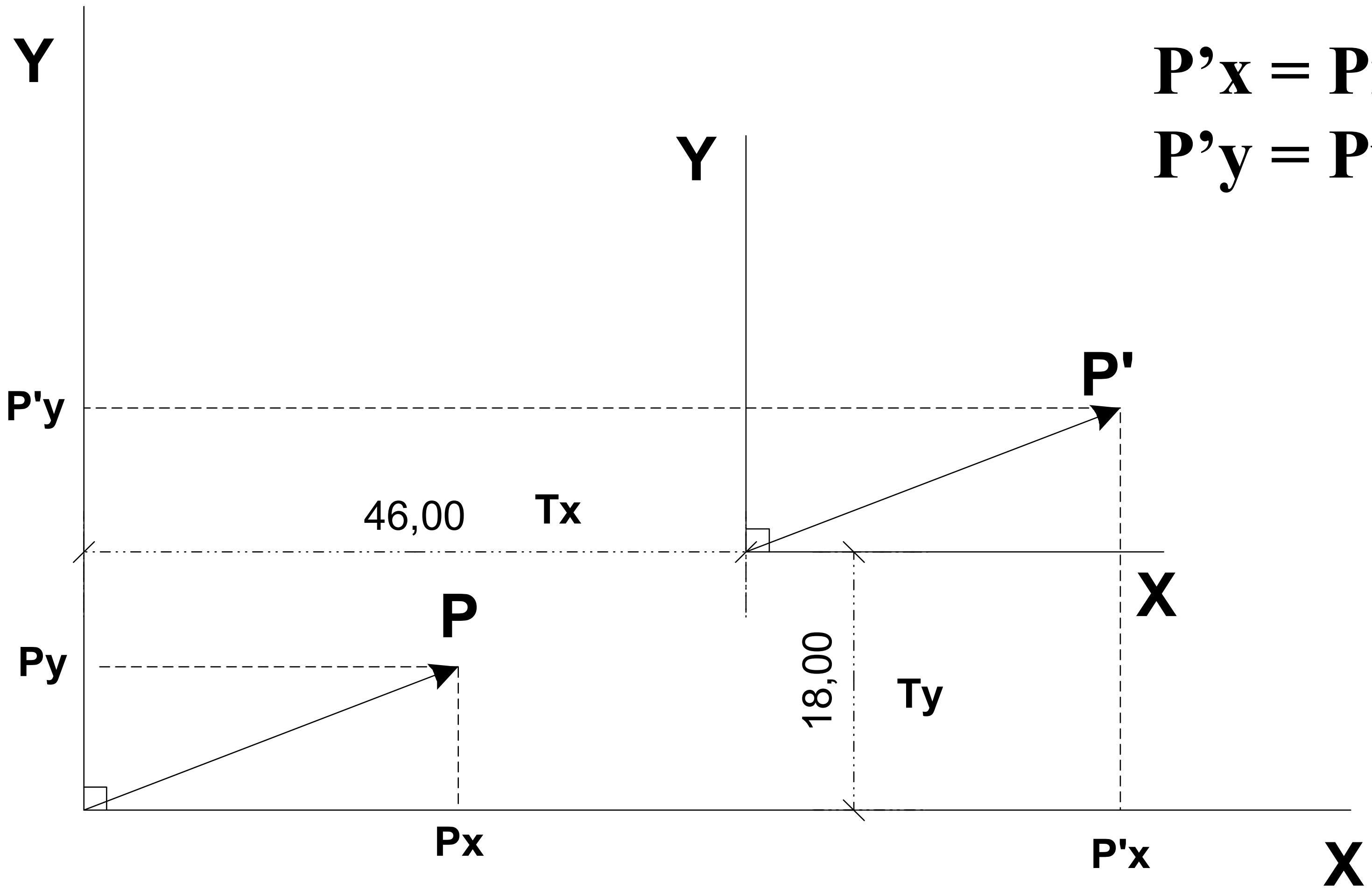
Translação



$$P'x = Px + Tx$$
$$P'y = Py + Ty$$

Rotação

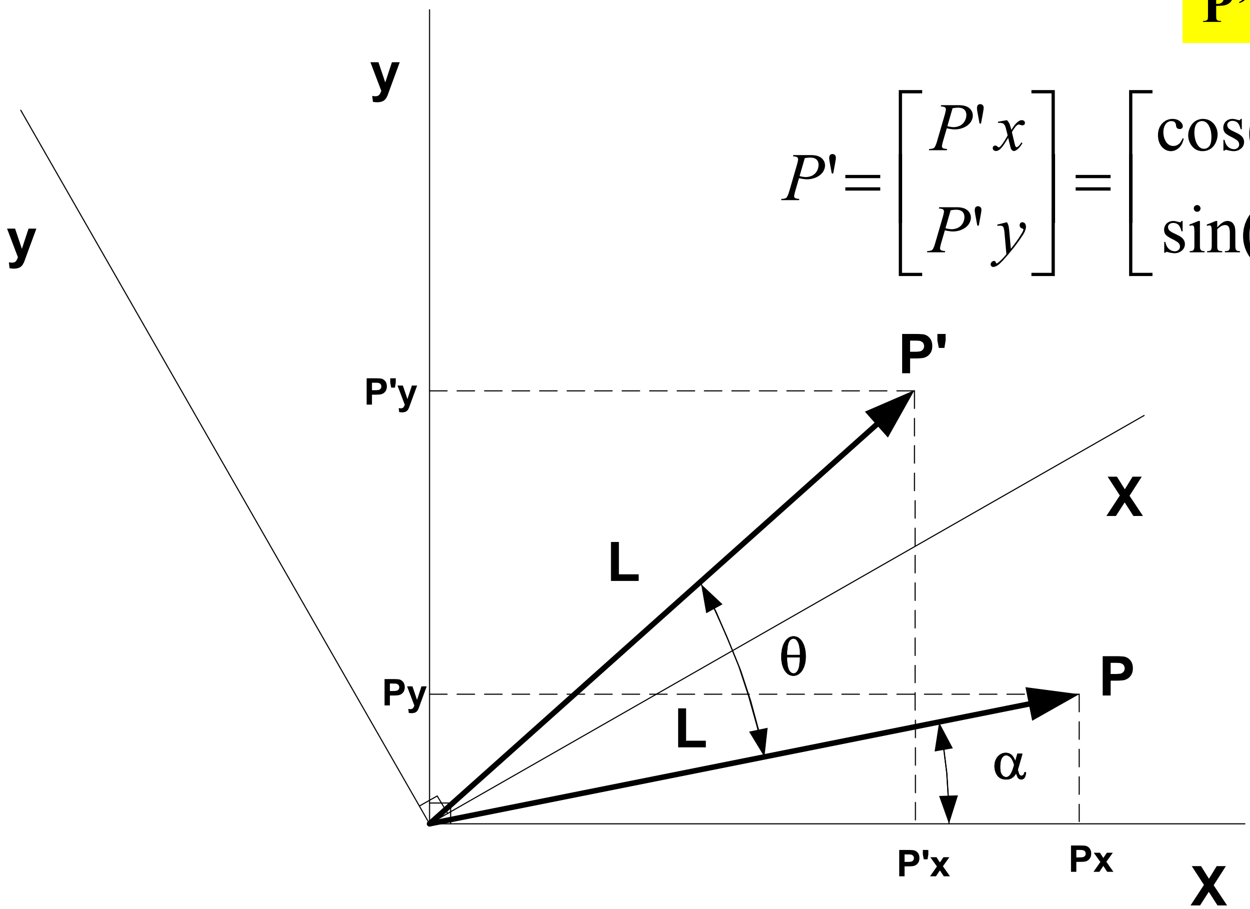
$Px = L.\cos(\alpha)$ $\quad$ $P'x = L.\cos(\alpha+\theta) = L.\cos(\theta).\cos(\alpha)-L.\sin(\theta).\sin(\alpha)$

$Py = L.\sin(\alpha)$ $\quad$ $P'y = L.\sin(\alpha+\theta) = L.\cos(\theta).\sin(\alpha)+L.\sin(\theta).\cos(\alpha)$

$P'x = Px.\cos(\theta) - Py.\sin(\theta)$
$P'y = Px.\sin(\theta) + Py.\cos(\theta)$

$$P' = \begin{bmatrix} P'x \\ P'y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} Px \\ Py \end{bmatrix}$$

$P' = Rot . P$



$Px = 50$, $Py = 10$, $\theta = 30$

$P'x = 43.3 – 5 = 38.3$
$P'y = 25 + 8.66 = 33.66$

Coordenadas Homogéneas

- Foram utilizadas primeiramente na computação gráfica
- Um espaço n-dimensional é representado através de n+1 dimensões
- (x,y,x) – coordenada ordinária torna-se (hx,hy,hz,h) – coordenada homogénea
- O mapeamento do espaço a *n* coordenadas para *n*+1 é 1 para n, o que quer dizer que existe uma representação infinita dos objectos n coordenadas no espaço n+1
- Do espaço *n*+1 para o espaço *n* é n para 1 e é chamado projecção
- Um vector no espaço *n*+1 pode ser visto como um vector do espaço n através da adição de uma nova coordenada: um factor de escala
- O mapeamento de um ponto homogéneo (a,b,c) de volta às duas dimensões pode ser (a/c, b/c)

$$\begin{bmatrix}2 & 4 & 0 & 2\end{bmatrix} \doteq \begin{bmatrix}4 & 8 & 0 & 4\end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{bmatrix}1 & 2 & 0\end{bmatrix}$$

Coordenadas Homogéneas

- Suponha-se que queremos representar
  - **P = (0.25, 0.1, 10)** mas só podemos usar inteiros

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 200 & 20 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 & 0 \\ 20 & 0 & 0 & 0 \\ 20 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4160 & 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4160 & 0 & 0 & 20 \end{bmatrix} \doteq \begin{bmatrix} 2080 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 208 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Coordenadas Homogéneas

$$Translação - \begin{cases} P'x = Px + Tx \\ P'y = Py + Ty \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & Tx \\ 0 & 1 & Ty \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$Rotação - \begin{cases} P'x = Px \cdot \cos(\theta) - Py \cdot \sin(\theta) \\ P'y = Px \cdot \sin(\theta) + Py \cdot \cos(\theta) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Translação e Rotação

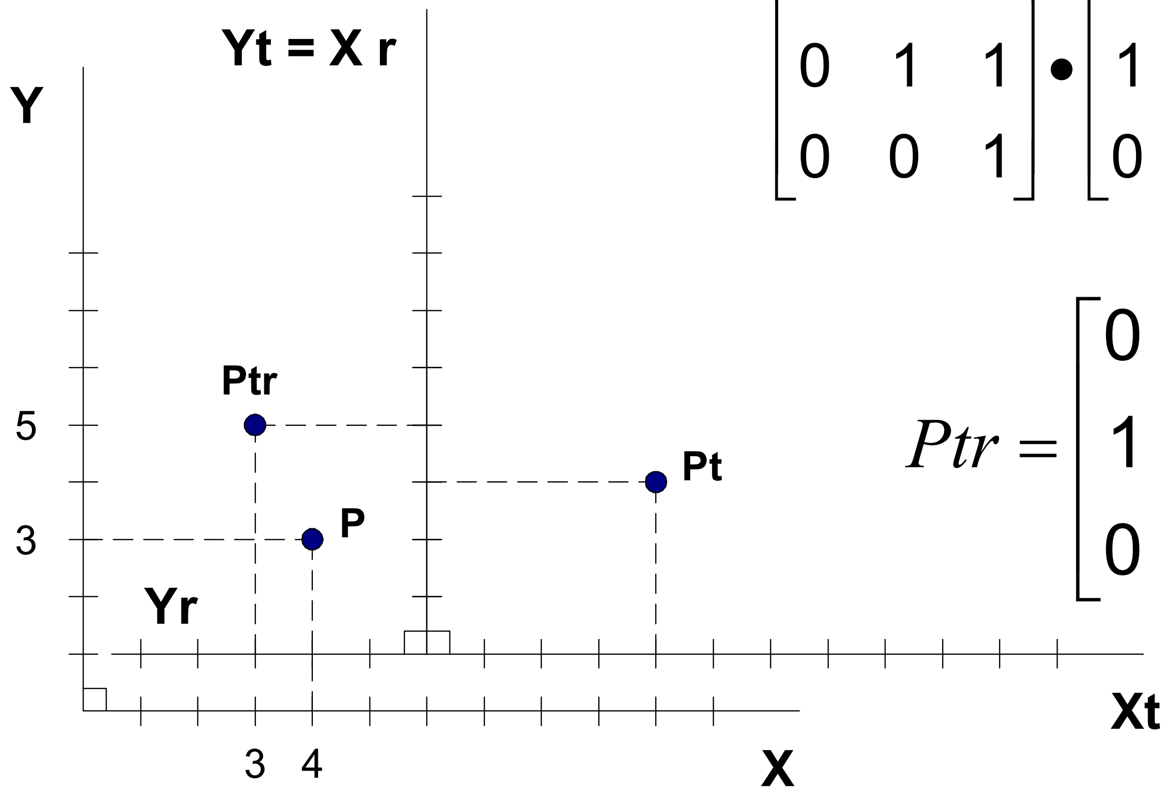
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & Tx \\ 0 & 1 & Ty \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & Tx \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & Ty \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exemplo

Ptr = trans(x=6,y=1).rot(θ=90)

$$\underset{\text{tr}}{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \bullet \underset{\text{rot}}{\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



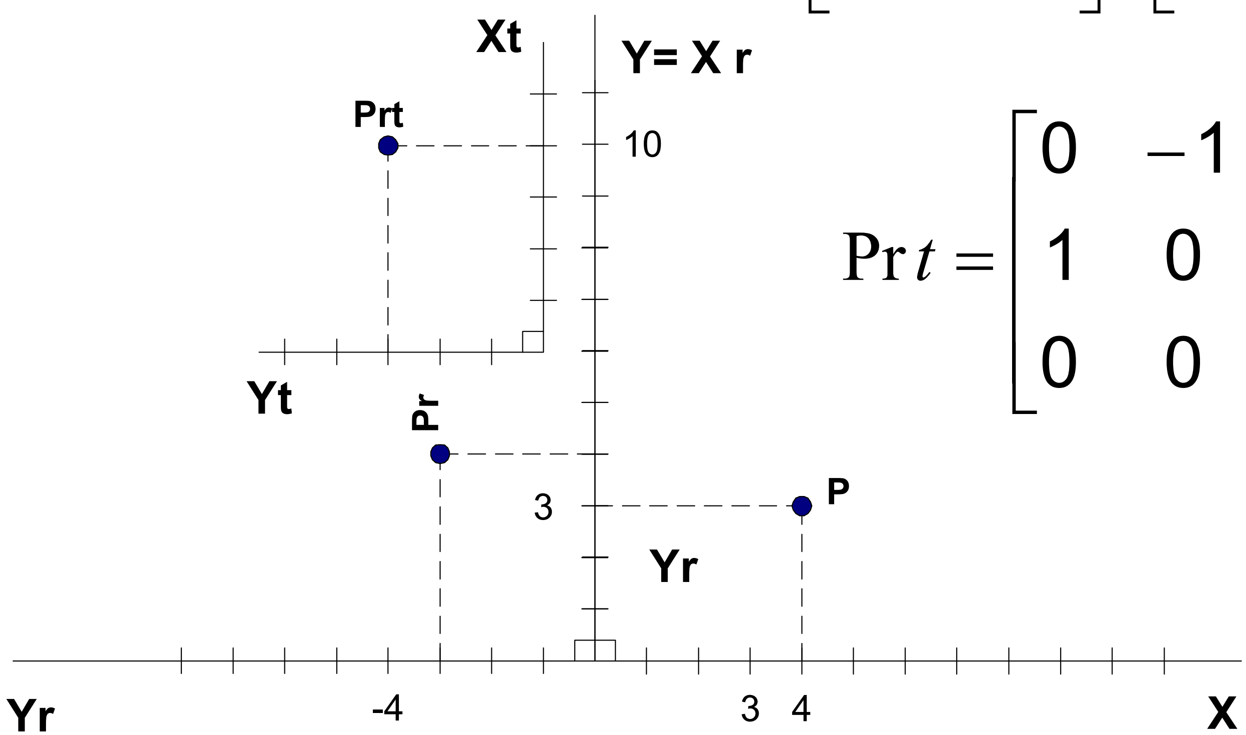
$$Ptr = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Exemplo

Ptr = rot(θ=90).trans(x=6,y=1)

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{Pr}\,t = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 10 \\ 1 \end{bmatrix}$$



Translação em 3D

P’z = Pz + Tz
P’x = Px + Tx
P’y = Py + Ty

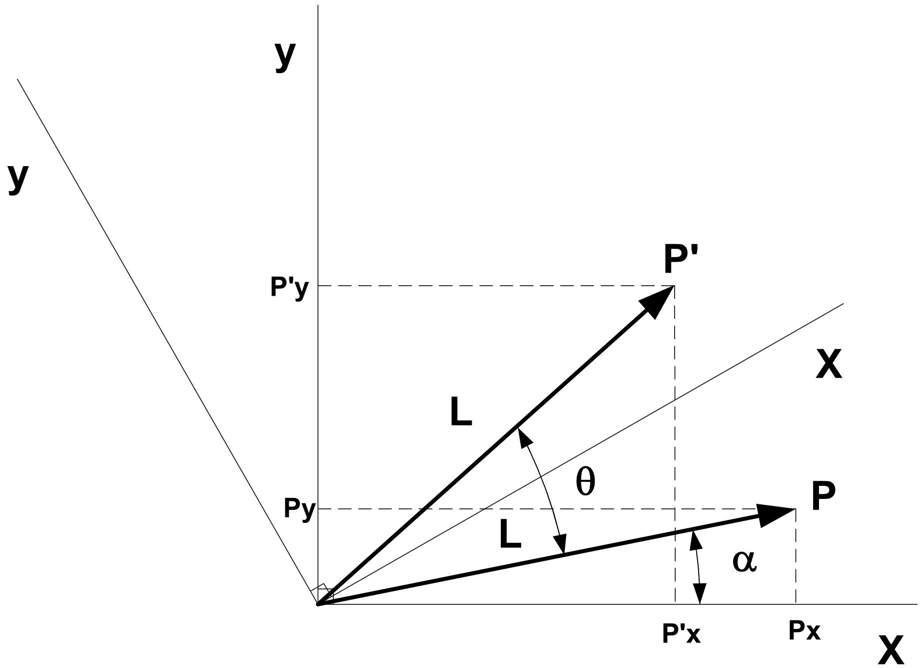
$$Trans(x, y, z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Tx \\ 0 & 1 & 0 & Ty \\ 0 & 0 & 1 & Tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P'x \\ P'y \\ P'z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Tx \\ 0 & 1 & 0 & Ty \\ 0 & 0 & 1 & Tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} Px \\ Py \\ Pz \\ 1 \end{bmatrix}$$

Matriz de Rotação em Z

$P'z = Pz$
$P'x = Px.\cos(\theta) - Py.\sin(\theta)$
$P'y = Px.\sin(\theta) + Py.\cos(\theta)$

$$Rot(z,\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} P'x \\ P'y \\ P'z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} Px \\ Py \\ Pz \\ 1 \end{bmatrix}$$

Matriz de Rotação em Y

P'y = Py

P'z = Pz.cos(ϕ) – Px.sin(ϕ)

P'x = Pz.sin(ϕ) + Px.cos(ϕ)

$$Rot(y,\phi) = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & 0 & \sin(\phi) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P'x \\ P'y \\ P'z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & 0 & \sin(\phi) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} Px \\ Py \\ Pz \\ 1 \end{bmatrix}$$

Matriz Rotação em X

P’x = Px
P’y = Py.cos(α) – Pz.sin(α)
P’z = Py.sin(α) + Pz.cos(α)

$$Rot(x,\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P'x \\ P'y \\ P'z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} Px \\ Py \\ Pz \\ 1 \end{bmatrix}$$

Combinação Translação - Rotação

$$Trans(Tx,Ty,Tz)Rot(x,\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Tx \\ 0 & 1 & 0 & Ty \\ 0 & 0 & 1 & Tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Tx \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & Ty \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & Tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De notar que a rotação e a translacção incluídas na mesma matriz só pode acontecer se ambas estiverem a referir-se ao mesmo referencial

Transformações Complexas

rot(z,θ).rot(y,ϕ)

$$\begin{pmatrix} \cos[\theta]\cos[\phi] & -1.\sin[\theta] & \cos[\theta]\sin[\phi] & 0. \\ \cos[\phi]\sin[\theta] & \cos[\theta] & \sin[\theta]\sin[\phi] & 0. \\ -1.\sin[\phi] & 0. & \cos[\phi] & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

rot(y,ϕ). rot(z,θ).

$$\begin{pmatrix} \cos[\theta]\cos[\phi] & -1.\cos[\phi]\sin[\theta] & \sin[\phi] & 0. \\ \sin[\theta] & \cos[\theta] & 0. & 0. \\ -1.\cos[\theta]\sin[\phi] & \sin[\theta]\sin[\phi] & \cos[\phi] & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

Transformações complexas

Rot(x,α).rot(z,θ).rot(y,φ)

$$\begin{pmatrix} \text{Cos}[\theta]\,\text{Cos}[\phi] & -1.\,\text{Sin}[\theta] & \text{Cos}[\theta]\,\text{Sin}[\phi] & 0. \\ \text{Cos}[\alpha]\,\text{Cos}[\phi]\,\text{Sin}[\theta] + \text{Sin}[\alpha]\,\text{Sin}[\phi] & \text{Cos}[\alpha]\,\text{Cos}[\theta] & -1.\,\text{Cos}[\phi]\,\text{Sin}[\alpha] + \text{Cos}[\alpha]\,\text{Sin}[\theta]\,\text{Sin}[\phi] & 0. \\ \text{Cos}[\phi]\,\text{Sin}[\alpha]\,\text{Sin}[\theta] - 1.\,\text{Cos}[\alpha]\,\text{Sin}[\phi] & \text{Cos}[\theta]\,\text{Sin}[\alpha] & \text{Cos}[\alpha]\,\text{Cos}[\phi] + \text{Sin}[\alpha]\,\text{Sin}[\theta]\,\text{Sin}[\phi] & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

Rot(z,α).rot(y,θ).rot(x,φ)

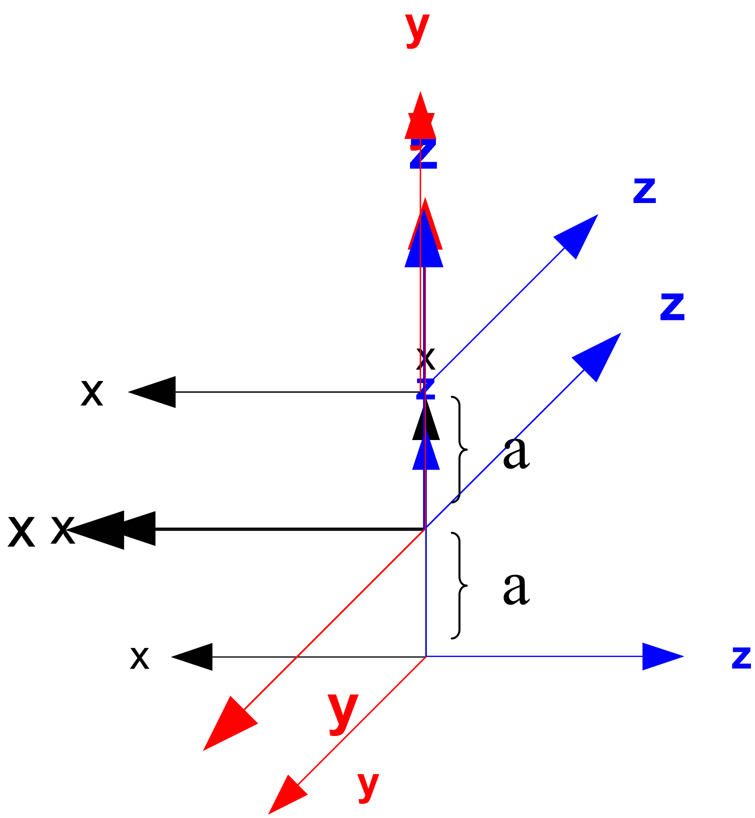
$$\begin{pmatrix} \text{Cos}[\theta]\,\text{Cos}[\phi] & -1.\,\text{Cos}[\alpha]\,\text{Sin}[\theta] + \text{Cos}[\theta]\,\text{Sin}[\alpha]\,\text{Sin}[\phi] & \text{Sin}[\alpha]\,\text{Sin}[\theta] + \text{Cos}[\alpha]\,\text{Cos}[\theta]\,\text{Sin}[\phi] & 0. \\ \text{Cos}[\phi]\,\text{Sin}[\theta] & \text{Cos}[\alpha]\,\text{Cos}[\theta] + \text{Sin}[\alpha]\,\text{Sin}[\theta]\,\text{Sin}[\phi] & -1.\,\text{Cos}[\theta]\,\text{Sin}[\alpha] + \text{Cos}[\alpha]\,\text{Sin}[\theta]\,\text{Sin}[\phi] & 0. \\ -1.\,\text{Sin}[\phi] & \text{Cos}[\phi]\,\text{Sin}[\alpha] & \text{Cos}[\alpha]\,\text{Cos}[\phi] & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

Rot(y,90).trans(z,a).rot(x,90).trans(y,α)

$$\begin{pmatrix} 0. & 1. & 0. & 2.\,a \\ 0. & 0. & -1. & 0. \\ -1. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

Transformações Complexas

Rot(y,90).trans(z,a).rot(x,90).trans(y,a)

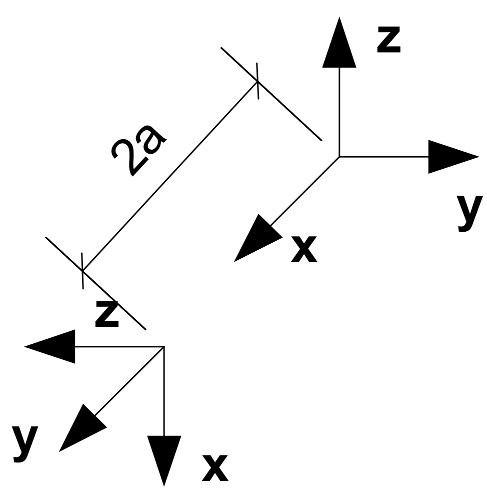


$$\begin{pmatrix} 0. & 1. & 0. & 2.a \\ 0. & 0. & -1. & 0. \\ -1. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

Transformações Complexas

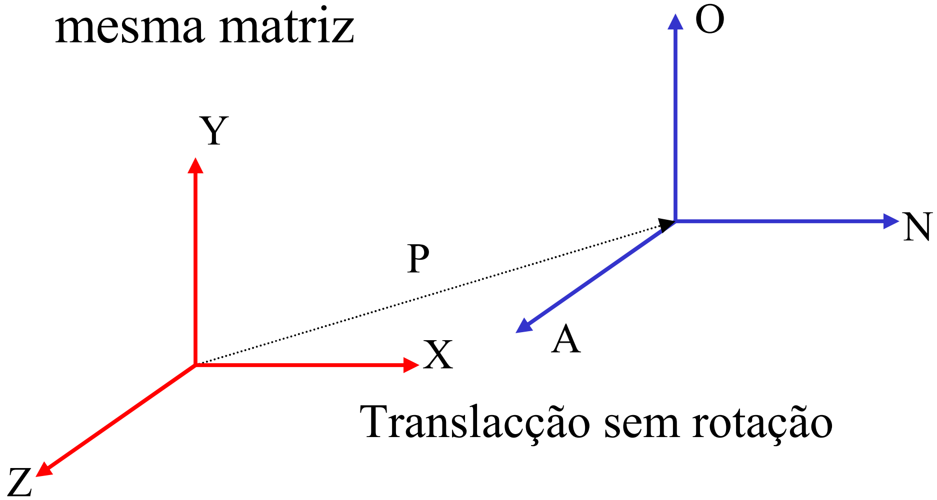
O ponto P = (Kx,Ky,Kz) onde está no referencial antigo?

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2a \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & kx \\ 0 & 1 & 0 & ky \\ 0 & 0 & 1 & kz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2a+ky \\ 0 & 0 & -1 & -kz \\ -1 & 0 & 0 & -kx \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



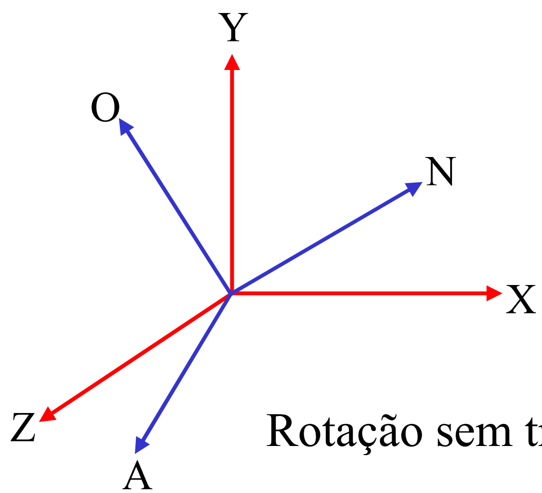
Matrizes Homogeneas a 3D

H é uma matrix 4x4 que pode descrever uma translacção, rotação, ou ambas na mesma matriz



Translacção sem rotação

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_x \\ 0 & 1 & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



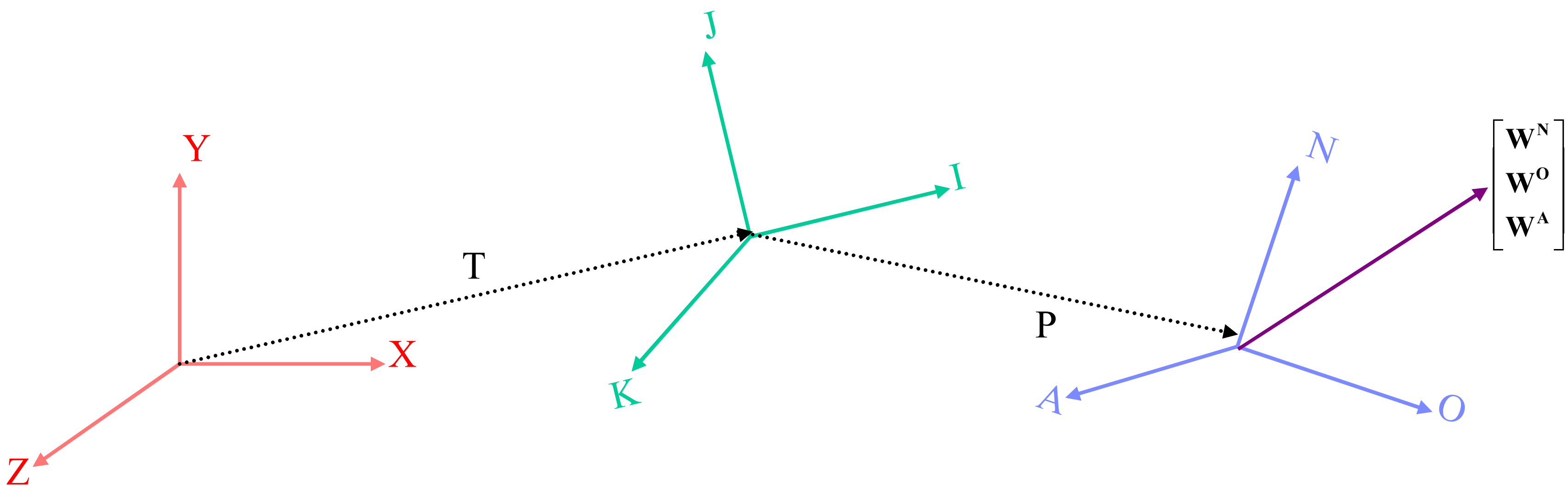
Rotação sem translacção

$$H = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & 0 \\ n_y & o_y & a_y & 0 \\ n_z & o_z & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Parte da rotação:

Pode ser uma rotação segundo qualquer um dos eixos x, y, z, ou uma combinação entre eles.

Matriz Homogénea



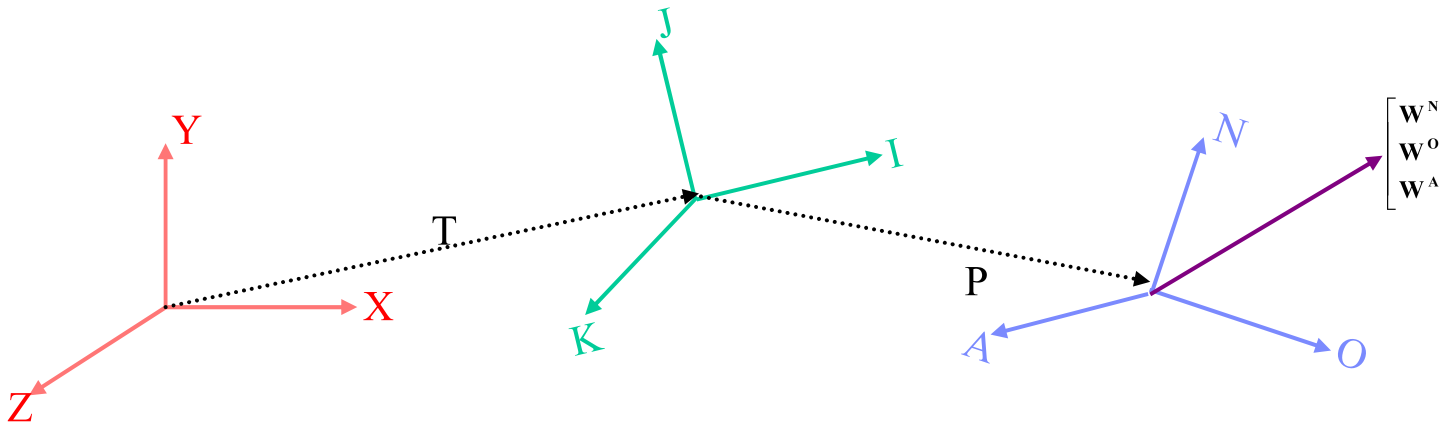
$$\begin{bmatrix} W^X \\ W^Y \\ W^Z \end{bmatrix}$$ Ponto relativo ao frame X-Y-Z

$$\begin{bmatrix} W^I \\ W^J \\ W^K \end{bmatrix}$$ Ponto relativo ao frame I-J-K

$$\begin{bmatrix} W^N \\ W^O \\ W^A \end{bmatrix}$$ Ponto relativo ao frame N-O-A

$$\begin{bmatrix} W^I \\ W^J \\ W^K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_i \\ P_j \\ P_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_i & o_i & a_i \\ n_j & o_j & a_j \\ n_k & o_k & a_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^N \\ W^O \\ W^A \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} W^I \\ W^J \\ W^K \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_i & o_i & a_i & P_i \\ n_j & o_j & a_j & P_j \\ n_k & o_k & a_k & P_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^N \\ W^O \\ W^A \\ 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} W^X \\ W^Y \\ W^Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_x & j_x & k_x \\ i_y & j_y & k_y \\ i_z & j_z & k_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^I \\ W^J \\ W^k \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} W^X \\ W^Y \\ W^Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_x & j_x & k_x & T_x \\ i_y & j_y & k_y & T_y \\ i_z & j_z & k_z & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^I \\ W^J \\ W^K \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} W^X \\ W^Y \\ W^Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_x & j_x & k_x & T_x \\ i_y & j_y & k_y & T_y \\ i_z & j_z & k_z & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_i & o_i & a_i & P_i \\ n_j & o_j & a_j & P_j \\ n_k & o_k & a_k & P_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^N \\ W^O \\ W^A \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} W^X \\ W^Y \\ W^Z \\ 1 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} W^N \\ W^O \\ W^A \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} i_x & j_x & k_x & T_x \\ i_y & j_y & k_y & T_y \\ i_z & j_z & k_z & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_i & o_i & a_i & P_i \\ n_j & o_j & a_j & P_j \\ n_k & o_k & a_k & P_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

→ Produto de 2 matrizes

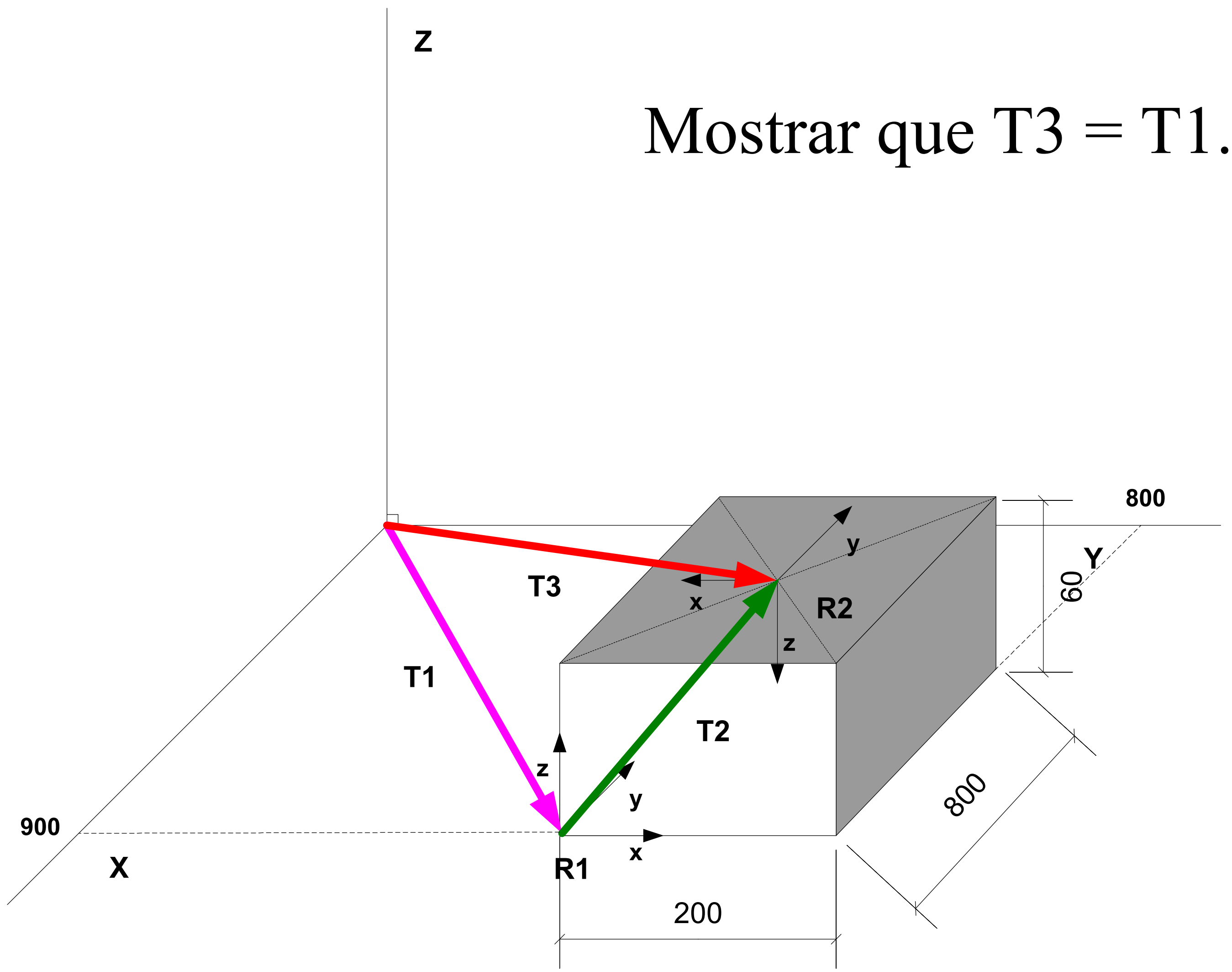
H poderia tb ser escrito da seguinte forma:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x & j_x & k_x & 0 \\ i_y & j_y & k_y & 0 \\ i_z & j_z & k_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_i \\ 0 & 1 & 0 & P_j \\ 0 & 0 & 1 & P_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_i & o_i & a_i & 0 \\ n_j & o_j & a_j & 0 \\ n_k & o_k & a_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = Trans_{xyz} * Rot_{xyz} * Trans_{ijk} * Rot_{ijk}$$

Exercício

Mostrar que T3 = T1.T2



Resolução

$$Rot(z,\theta)=\begin{bmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0\\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$Rot(y,\phi)=\begin{bmatrix}\cos(\phi) & 0 & \sin(\phi) & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ -\sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$T1 = trans(X,900).trans(Y,600).rot(Z,90) \quad \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 900\\ 0 & 1 & 0 & 600\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}0 & -1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -1 & 0 & 900\\ 1 & 0 & 0 & 600\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$T2 = trans(X,100).trans(Y,400).trans(Z,60).rot(Y,180) \quad \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 100\\ 0 & 1 & 0 & 400\\ 0 & 0 & 1 & 60\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0 & 100\\ 0 & 1 & 0 & 400\\ 0 & 0 & -1 & 60\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$T_3 = T_1 \bullet T_2 = \begin{bmatrix}0 & -1 & 0 & 900\\ 1 & 0 & 0 & 600\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0 & 100\\ 0 & 1 & 0 & 400\\ 0 & 0 & -1 & 60\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -1 & 0 & 500\\ -1 & 0 & 0 & 700\\ 0 & 0 & -1 & 60\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Resolução 2

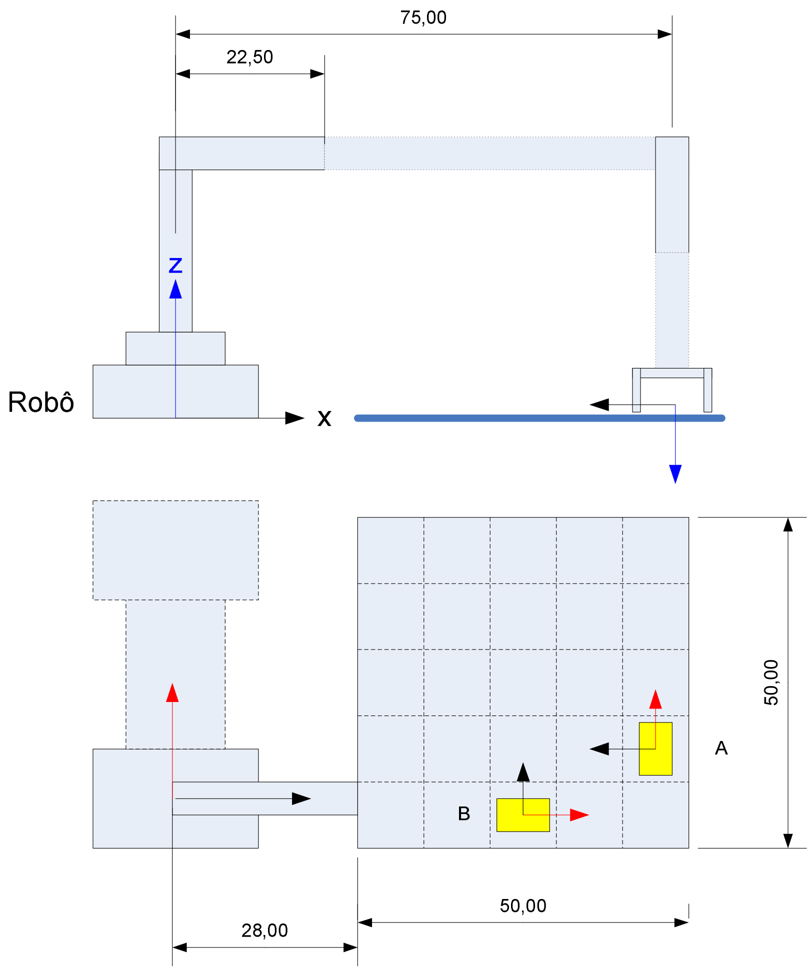
T2 = trans(X,500).trans(Y,700).trans(Z,60).rot(Z,-90).rot(X,-180)

$$Rot(x,\alpha)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0\\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$Rot(z,\theta)=\begin{bmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0\\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 500\\ 0 & 1 & 0 & 700\\ 0 & 0 & 1 & 60\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 500\\ -1 & 0 & 0 & 700\\ 0 & 0 & 1 & 60\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -1 & 0 & 500\\ -1 & 0 & 0 & 700\\ 0 & 0 & -1 & 60\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Exercício 2



1. Qual a matriz transformada de A em relação ao ref base do robô?
2. Qual a matriz transformada de B em relação ao referencial base do robô?
3. Qual a matriz transformada entre a base do robô e o referencial da garra? Considere a posição indicada na figura.
4. Se o robô estiver a agarrar a peça A qual é agora a matriz transformada entre o robô e a garra?
5. Suponha agora que o robô se deslocou para a parte superior e pretendia continuar a agarrar na peça A e B. Indique a nova transformada em relação ao referencial base do robô na nova situação, conhecendo as matrizes calculadas no ponto 1 e 2.